Fritscher Boris
21. août 2007

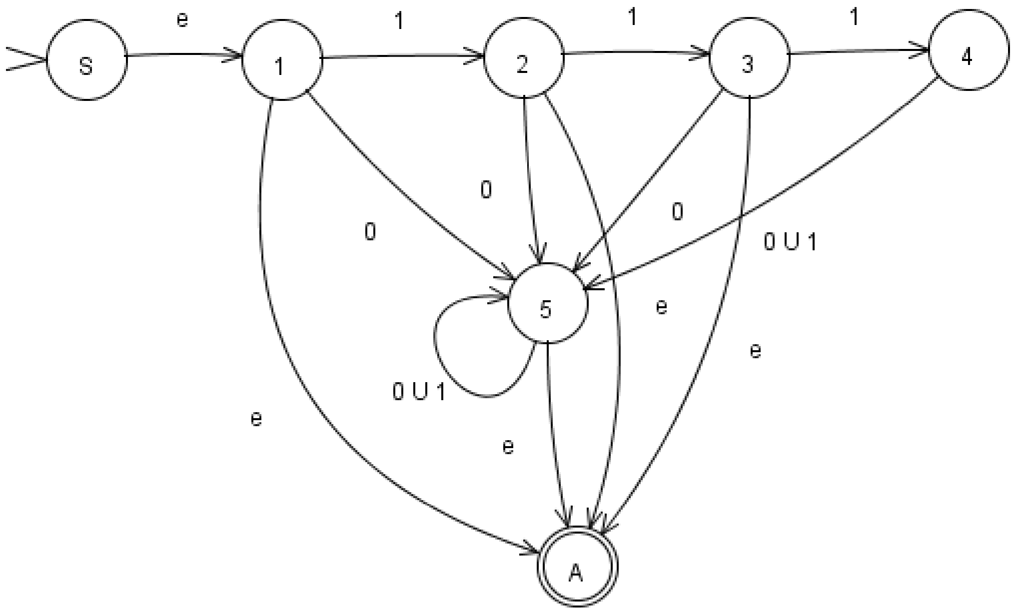
SÉRIE 3

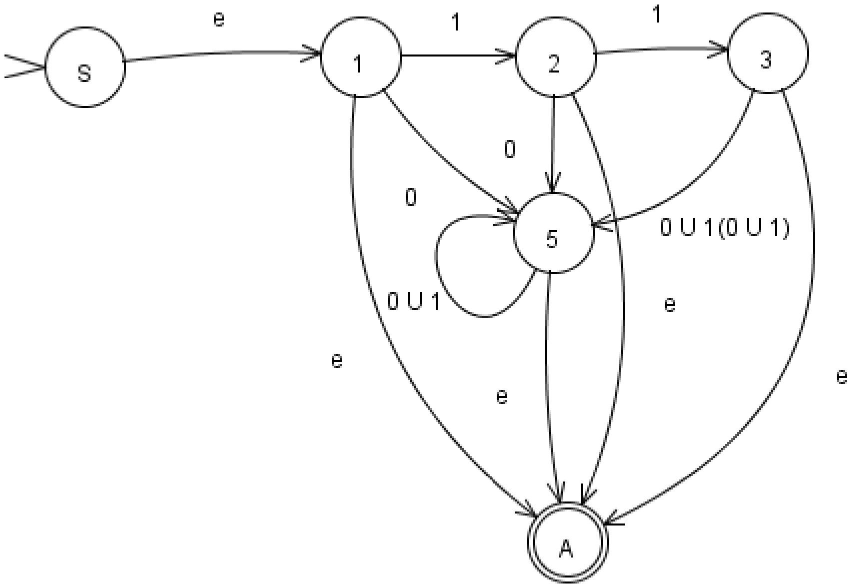
NOTATION:

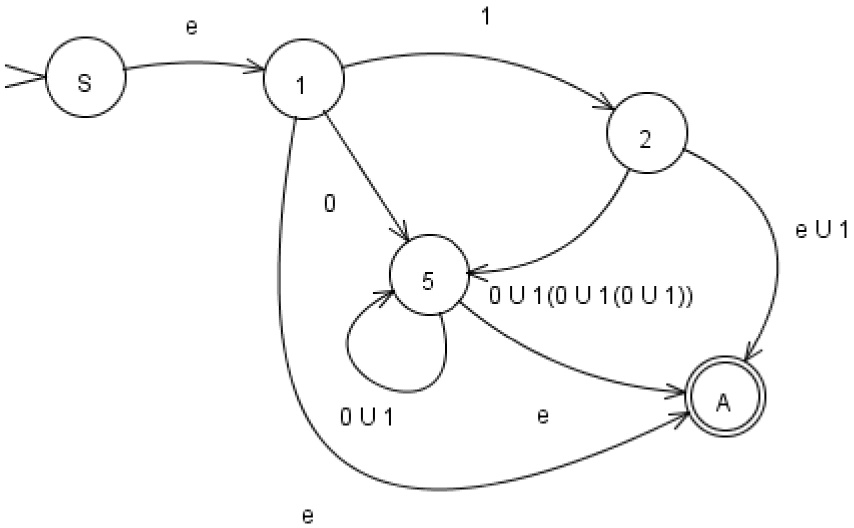
$e = \varepsilon$ et v ou vide $= \emptyset$

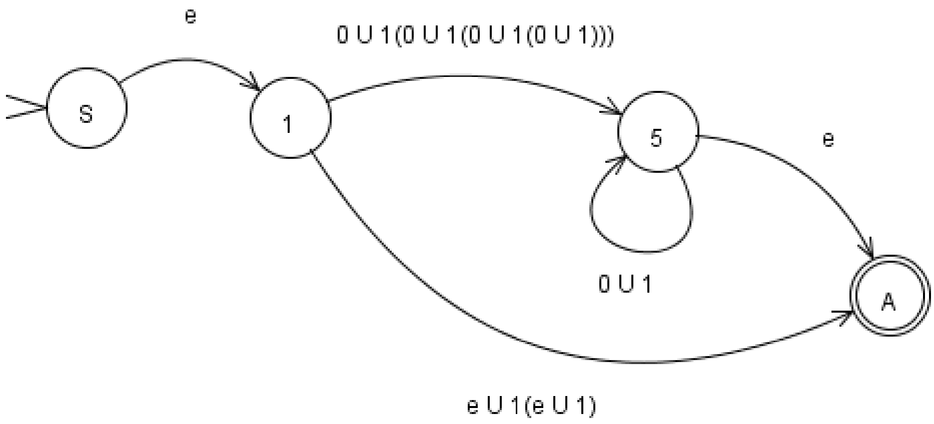
EXERCICE 1

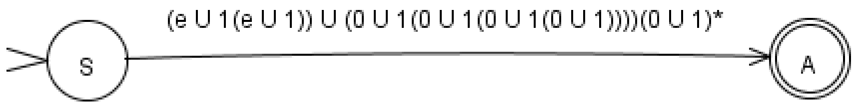
1. $\{w : w$ commence avec un 1 et finit avec un 0$\}$:
$$1(0 \cup 1)^{*}0$$
2. $\{w : w$ contient au moins trois 1$\}$:
$$0^{*}10^{*}10^{*}1(0 \cup 1)^{*}$$
3. $\{w : w$ contient la sous-suite 0101$\}$:
$$(0 \cup 1)^{*}0101(0 \cup 1)^{*}$$
4. $\{w : w$ est de longueur au moins trois et son troisième symbole est un 0$\}$
$$(0 \cup 1)(0 \cup 1)0(0 \cup 1)^{*}$$
5. $\{w : w$ commence avec un 0 et est de longueur paire ou commence avec un 1 et est de longueur impaire$\}$
$$0\big((0 \cup 1)(0 \cup 1)\big)^{*}(0 \cup 1) \cup 1\big((0 \cup 1)(0 \cup 1)\big)^{*}$$
6. $\{w : w$ est n'importe quel mot, sauf 111$\}$




S
1
2
3
5
A
e
1
1
0
0
0 U 1(0 U 1)
0 U 1
e
e
e
e


S
1
2
5
A
e
1
0
e U 1
0 U 1(0 U 1(0 U 1))
0 U 1
e
e





7. $\{e, 0\}$

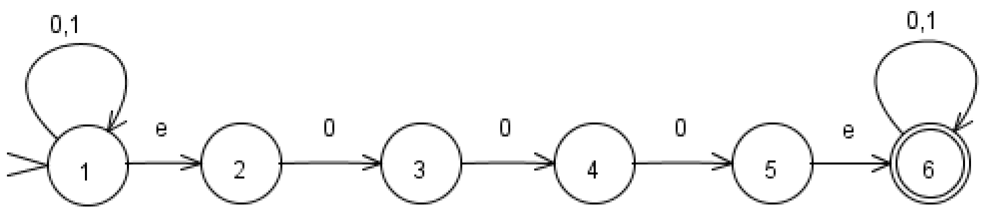
$$\varepsilon \cup 0$$

8. Tous les mots sauf le mot vide

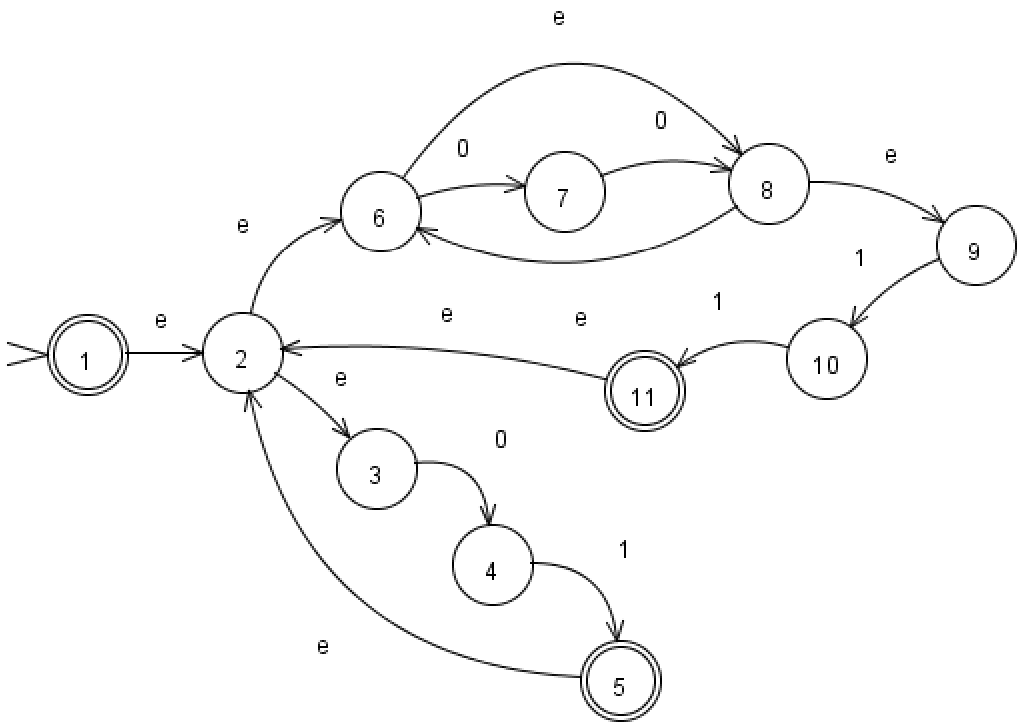
$$(0 \cup 1)(0 \cup 1)^*$$

EXERCICE 2

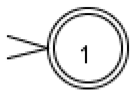
1. $(0 \cup 1)^*000(0 \cup 1)^*$



2. $\Big(\big((00)^*(11)\big) \cup 01\Big)^*$

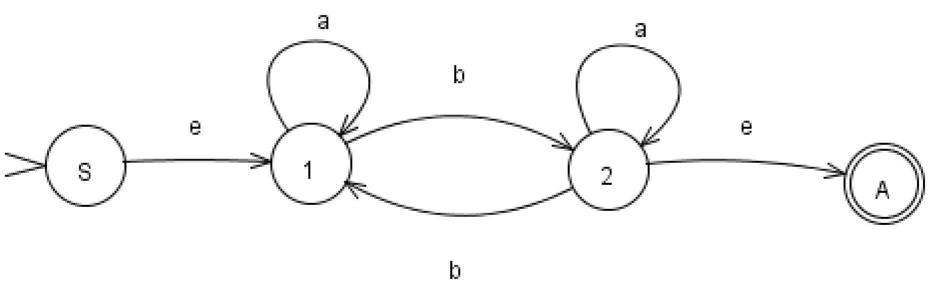


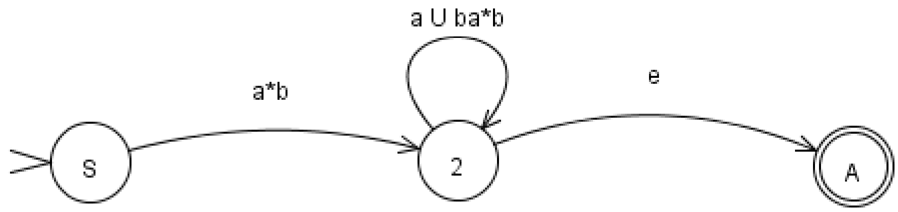
3. $\emptyset^* = \{\varepsilon\}$

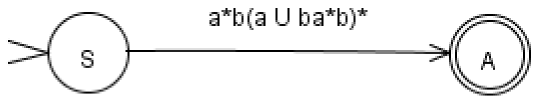


<u>Exercice 3</u>

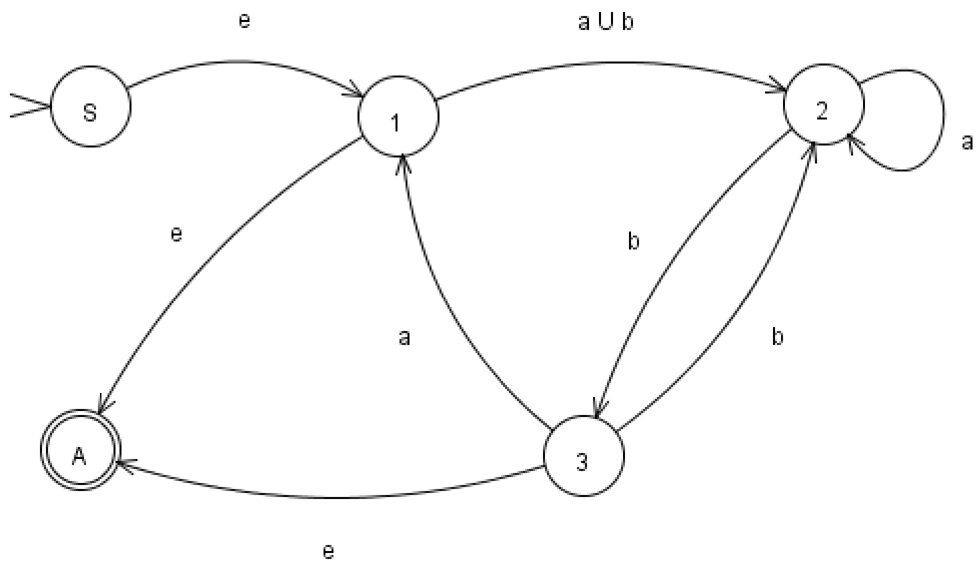
1.

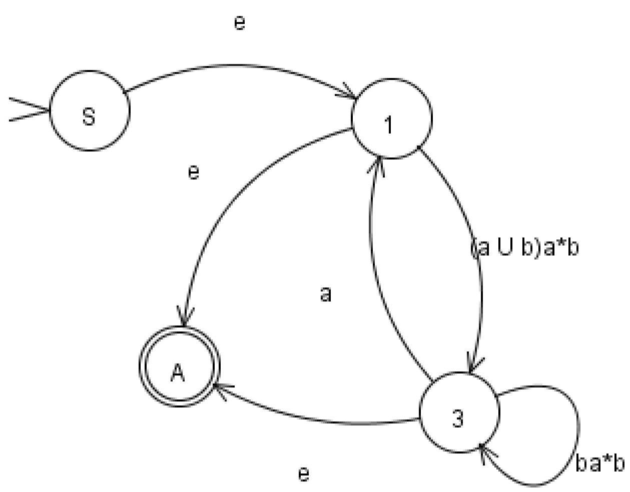


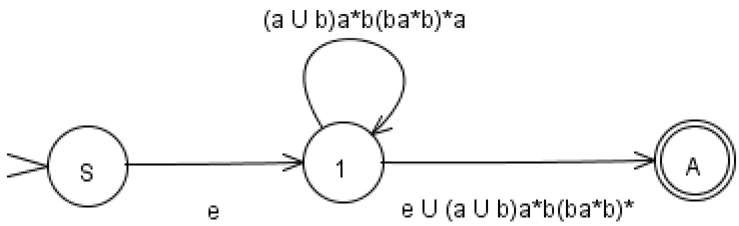

a U ba*b
a*b
e
S
2
A

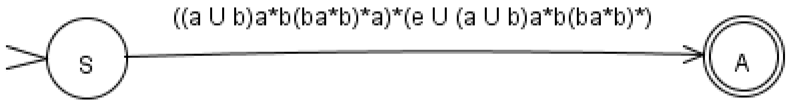

a*b(a U ba*b)*
S
A

2.


e
a U b
S
1
2
a
e
b
a
b
A
3
e


e
S
1
e
(a U b)a*b
a
A
3
ba*b
e



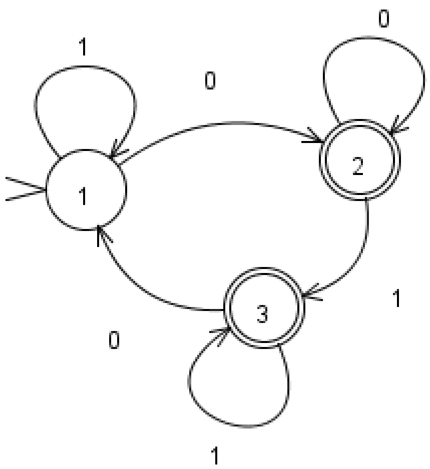


EXERCICE 4

On veut montrer que si L est régulier, alors L^R est aussi régulier.

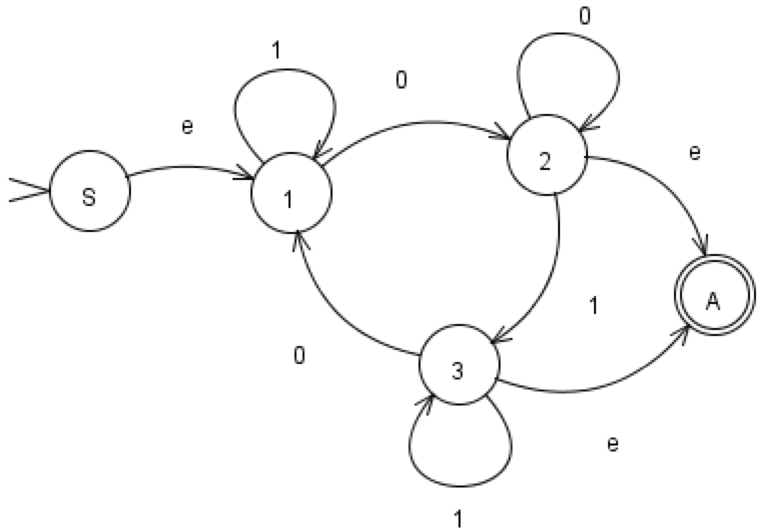
Soit L un langage régulier, et L(A) un DFA qui reconnait se langage. Si l'on transforme se DFA en GNFA qui comporte n+2 état (un état Initial dont part uniquement des transitions et un état acceptant unique qui reçoit uniquement des transitions). On peut maintenant inverser l'état Acceptant et l'état Initial, et inverser toutes les féches. Ce nouvel automate A^R reconnait bien les mots w^R qui compose le langage L^R. L^R est donc reconnu par un automate et par conséquent est également régulier.

DFA : L(A)

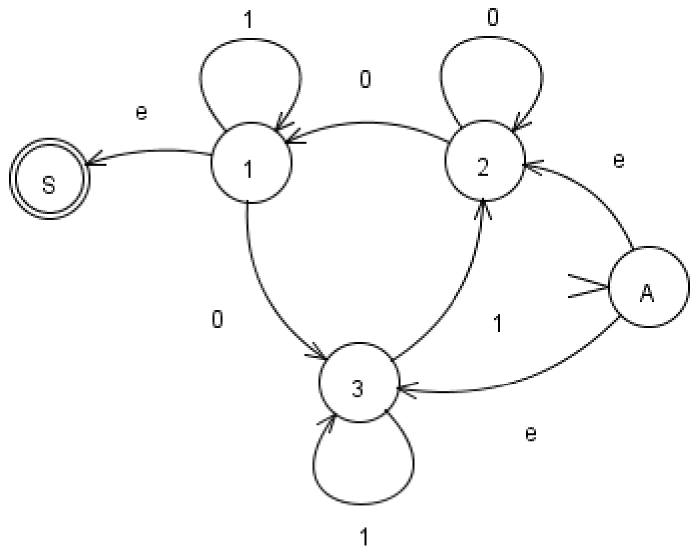


Reconnaît : w = 1101

GFNA L(A) :



GFNA L(A^R) :



Reconnaît bien l'inverse de 1101 : 1011

EXERCICE 5

On veut monter que un TCA reconnaît le langage L si et seulement si L est régulier.

On sachant qu'un langage est régulier ssi il est reconnu par un automate comme un NFA, nous allons montrer qu'un TCA est équivalent à un NFA.

Tout d'abord montrant qu'un DFA est aussi un TCA :

Du fait qu'un DFA contient une transition pour chaque alphabet de son langage à chaque état, toutes les entrées $w \in \Sigma^*$ sont acceptées par un DFA, ce qui est également la propriété d'un TCA.

D'autre part un automate qui reconnaît le langage complémentaire d'un TCA est un NFA. C'est-à-dire qu'un NFA accepte des mots w qui ne sont pas dans le langage qu'accepte le TCA, comme par exemple accepter l'ensemble vide et rejeter tous les mots du langage qu'accepte le TCA.

De plus comme nous l'avons vu dans à l'exercice 5.2 de la série 2, il existe un DFA équivalent à un NFA complémentaire. Et la classe des DFA est close par complémentation, donc le NFA complémentaire au TCA qui à un DFA complémentaire équivalent a aussi un DFA équivalant à ce TCA, donc tout TCA est équivalent à un DFA.

L'égalité entre un TCA est un DFA a donc été montré, et comme nous avons déjà démontré au cours, qu'un DFA peut être transformé en un NFA équivalent, un TCA peut également être équivalent à un NFA.

Le langage L est donc reconnu par un TCA, tout comme pour un NFA ssi il est régulier.