

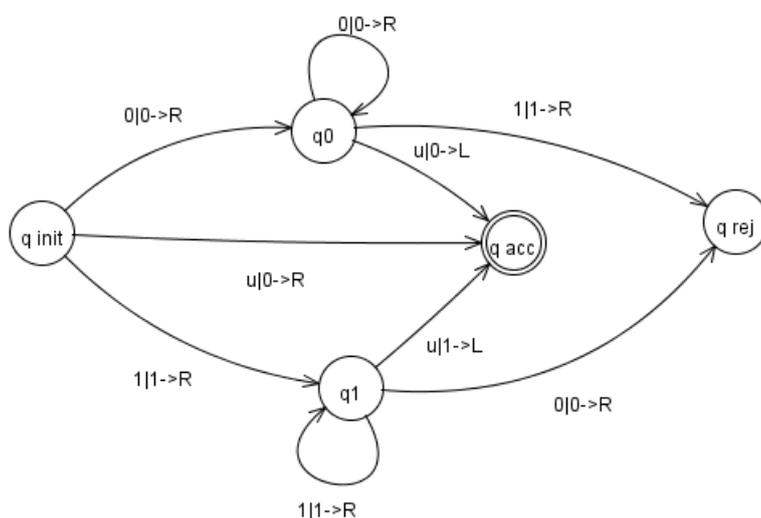
Série 8

$u = \text{blank}, \square = \text{blank}$

Exercice 1

- a. Non, il faut avoir au minimum un état q_{accept} et un état q_{reject} qui ne sont pas identique.
- b. Non, dans un automate de Turing classique il y a obligatoirement un déplacement de la tête de lecture vers la droite ou la gauche lors d'une transition. Une transition qui suite directement une autre ne peut donc pas avoir la tête de lecture au même endroit que la précédente.
- c. Non, l'alphabet de la bande possède au minimum le symbole vide (*blank*) en plus des symboles de l'alphabet de l'entrée.

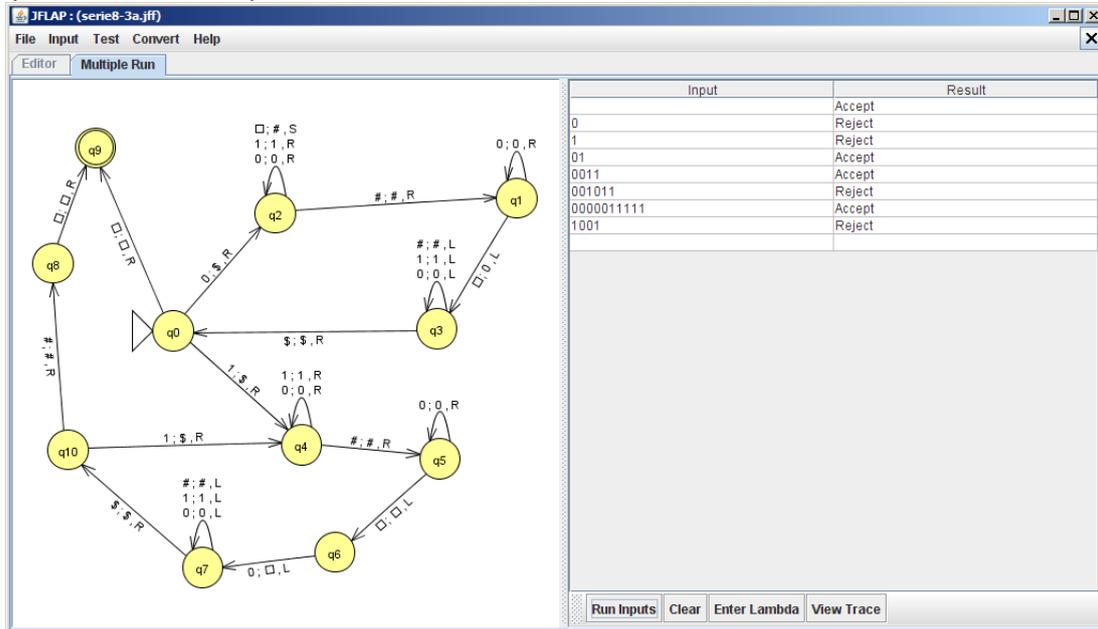
Exercice 2



Le langage décidé par M est : $L = \{w : w = 0^* \text{ ou } w = 1^*\}$

Exercice 3

a. $\{w : w = 0^n 1^n, n \geq 0\}$



Avec une machine à 1 bande :

Depuis l'état initial, si on lit *blank*

Si on lit un 0 on le remplace par un \$ et on va chercher le # de fin du mot. S'il n'existe pas le créer.

Une fois # trouvé aller à la fin de notre pile virtuel et y ajouter un 0 de plus.

Retourner jusqu'au premier \$ trouvé et recommencer.

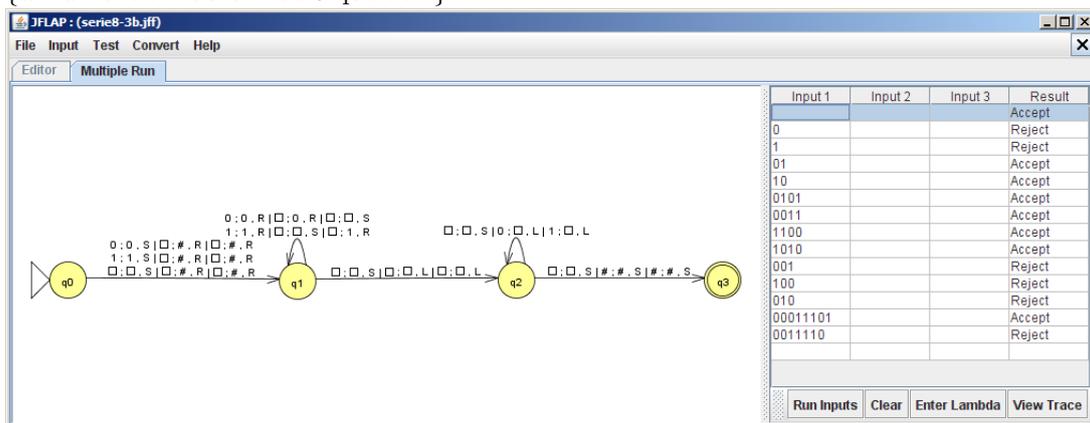
Si on lit un 1 il faut le remplacer par un \$ et aller à la fin de notre pile virtuel pour en enlever un 0.

Une fois qu'on lit un 1 on ne peut plus lire de 0 sinon rejeter le mot

Si on lit un # vérifier que la pile est vide, si c'est le cas accepter

Si on lit un # et qu'il reste des 0 après, la pile virtuel n'est pas vide et il faut rejeter le mot.

b. $\{w : w \text{ contient autant de 0 que de 1}\}$



Avec une machine à 3 bandes :

Initialiser en écrivant un # au début de la bande 2 et 3.

Lire le mot sur la bande 1, quand on lit un 0 écrire un 0 sur la bande 2, quand on lit un 1 écrire un 1 sur la bande 3.

Quand on a fini de lire le mot (lecture de *blank*), effacer un 0 et 1 de la bande 2 et 3 respectivement, de droit à gauche.

Si on lit en même temps $\#$ accepter le mot, sinon le refuser

Exercice 4

Si on a une machine de Turing avec transition S M_S on peut simuler une machine de Turing classique M_{cl} en utilisant aucune fois la transition S .

Inversement, on peut simuler une M_S avec une M_{cl} en remplaçant la lettre de l'état C et allant à droite dans un état C' et depuis cet état retourner à l'état C en écrivant le symbole lue à cette position (ce qui revient à ne rien faire, mais retourner la tête d'où en vient).

$\{0, 1, S\} = \{0, 1, R\} + \{*, *, L\}$, ($*\varepsilon$ alphabet de la bande).

Les deux sens sont montrés, un langage est donc reconnaissable par M_{cl} si et seulement si il est reconnaissable par M_S .

Exercice 5

Une machine de Turing avec bande infinie M_{bi} peut simuler une machine de Turing classique M_{cl} on n'utilisant qu'un côté de sa bande.

Une M_{cl} peut simuler une M_{bi} en ajoutant la bande de gauche à sa bande de droit après un symbol de séparation. On peut aussi imaginer d'injecter chaque symbol de la bande de gauche après un symbol de la bande de droit (séparé par un symbol).

$(-2 -1 0 1 2) \rightarrow (0 1 \# -1 \# 2 \# -2)$ ce qui revient à faire une bijection entre Z et N .

Les deux sens sont montrés, un langage est donc reconnaissable par M_{cl} si et seulement si il est reconnaissable par M_{bi} .